



***Серия издания  
«Кафедры и факультеты  
МГТУ им. Н.Э. Баумана –  
национального  
исследовательского  
университета  
техники и технологий»***

**Ведущая научная школа  
«Нелинейные  
динамические системы  
и процессы управления»**

**Кафедра ФН-12 «Математическое моделирование»**

**МГТУ им. Н.Э. Баумана  
2012**

Департамент образования города Москвы

...

Ассоциация московских вузов

...

Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана

---

**Ведущая научная школа  
«Нелинейные  
динамические системы  
и процессы управления»**

**Кафедра ФН-12 «Математическое моделирование»**

---

**Москва  
МГТУ им. Н.Э. Баумана  
2012**

В 2006 году академик РАН Коровин С.К. и профессор Крищенко А.П. на базе научного коллектива кафедры «Математическое моделирование» (ФН-12) МГТУ им. Н.Э. Баумана образовали научную школу «**Нелинейные динамические системы и процессы управления**». Эта школа в 2010 году выиграла грант Президента Российской Федерации по государственной поддержке ведущих научных школ РФ (грант НШ-4144.2010.1). Статус ведущей научной школы подтвержден и на 2012-13 годы (грант НШ-3659.2012.1).

*Коллектив научной школы*

Ученая степень, звание	Ф.И.О.	Организация
к.ф.-м.н.	Власов Павел Александрович	МГТУ им. Н.Э.Баумана
к.ф.-м.н.	Голубев Алексей Евгеньевич	МГТУ им. Н.Э.Баумана
к.ф.-м.н.	Горбунов Артур Валерьевич	МГТУ им. Н.Э.Баумана
к.ф.-м.н.	Кавинов Алексей Владимирович	МГТУ им. Н.Э.Баумана
к.ф.-м.н. , доцент	Канатников Анатолий Николаевич	МГТУ им. Н.Э.Баумана
д.т.н., академик РАН	Коровин Сергей Константинович – научный руководитель школы	МГУ им. М.В.Ломоносова
д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН	Крищенко Александр Петрович – научный руководитель школы	МГТУ им. Н.Э.Баумана
д.ф.-м.н., профессор	Магницкий Николай Александрович	ИСА РАН
	Миняев Сергей Игоревич	ИСА РАН
д.ф.-м.н., профессор	Осипов Геннадий Семенович	ИСА РАН
к.ф.-м.н.	Тверская Елена Сергеевна	МГТУ им. Н.Э.Баумана
д.ф.-м.н., доцент	Ткачев Сергей Борисович	МГТУ им. Н.Э.Баумана
к.ф.-м.н.	Фетисов Дмитрий Анатольевич	МГТУ им. Н.Э.Баумана
к.ф.-м.н.	Фурсов Андрей Серафимович	МГУ им. М.В.Ломоносова
д.ф.-м.н., профессор	Четвериков Владимир Николаевич	МГТУ им. Н.Э.Баумана
	Шевляков Андрей Анатольевич	МГТУ им. Н.Э.Баумана
	Евсеев Артем Владимирович	МГТУ им. Н.Э.Баумана
	Андрианова Ольга Геннадиевна	МГТУ им. Н.Э.Баумана



# Свидетельство

Выдано

коллективу ведущей научной школы

НШ-4144.2010.1,  
руководители – Коровин Сергей Константинович,  
Крищенко Александр Петрович

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана»

победителю конкурса на право получения средств для  
государственной поддержки ведущих научных школ  
Российской Федерации 2010 года.

(Область знаний - Математика и механика)

Председатель Совета по грантам  
Президента Российской Федерации  
академик РАН

A handwritten signature in blue ink, consisting of a stylized 'I' followed by a series of loops and a horizontal stroke.

И. Фёдоров

*ГРАНТЫ, ВЫПОЛНЕННЫЕ УЧАСТНИКАМИ НАУЧНОЙ ШКОЛЫ  
В 2005-2011 ГОДУ*

1. Построение теории и численных методов стохастического робастного  $H_\infty$ -оптимального управления (грант РФФИ 05-08-08131, 2005 – 2007).
2. Геометрический метод анализа и стабилизации движения нелинейных систем, (грант РФФИ 05-01-00840, 2005 – 2007).
3. Разработка методов компьютерной алгебры для решения задач управления на основе нелинейных преобразований математических моделей, (грант РФФИ 07-07-00223, 2007 – 2009).
4. Разработка методов многоуровневого управления нелинейными системами на основе их нелинейных преобразований, (грант РФФИ 08-01-00203, 2008-2010).
5. Разработка методов анализа нелинейных систем и моделирования процессов управления на основе дифференциально-геометрического подхода, "Развитие научного потенциала высшей школы (2006 -2008).
6. Разработка методов многоуровневого управления нелинейными системами на основе их нелинейных преобразований (грант РФФИ 08-01-00203, 2008-2010.).
7. Математическое моделирование процессов формирования температурных полей в многослойных областях, их оптимизация и управление (МК-3654.2008.1, 2008 – 2009).
8. Виртуальные модели сложных многообъектных динамических систем (грант РФФИ, 06-07-89265, 2006-2008).
9. Автоматизация построения допустимых траекторий нелинейных динамических систем (грант РФФИ 09-07-00327, 2009-2011).
10. Автоматизированный анализ нелинейных динамических систем и синтез управлений (грант РФФИ 09-07-00468, 2009-2011);
11. Численно-аналитические методы анализа и синтеза нелинейных систем с управлением, проект № 2.1.1/227 аналитической ведомственной целевой программе «Развитие научного потенциала высшей школы (2009 – 2010 годы)».

В настоящее время выполняются проекты:

12. Анализ и управление движением нелинейных систем (грант РФФИ 11-01-00733, 2011 - 2013);
13. Разработка методов компьютерной алгебры для синтеза алгоритмов управления на основе геометрического анализа динамических систем (грант РФФИ 10-07-00617, 2010 - 2012);
14. Анализ нелинейных динамических систем и синтез управлений (проект Минобрнауки 1.4574.2011, 2012-2013.).

## *НАУЧНЫЕ ПРЕМИИ, ПОЛУЧЕННЫЕ В КОЛЛЕКТИВЕ НАУЧНОЙ ШКОЛЫ*

Премия Правительства РФ в области науки и технологий, 2009г. (академик РАН С.К.Коровин).

### *ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ КОЛЛЕКТИВА НАУЧНОЙ ШКОЛЫ В 2007–2011 гг.*

Всего 108 публикаций: 4 монографии, 6 учебников и учебных пособий, 68 статей, 30 тезисов докладов. Из 68 статей 61 в российских научных изданиях и 7 в зарубежных научных изданиях.

### *МЕЖДУНАРОДНОЕ СОТРУДНИЧЕСТВО КОЛЛЕКТИВА НАУЧНОЙ ШКОЛЫ*

Мексика, CITEDI-IPN, выполнение научных исследований в рамках проекта "ANALISIS DE LOCALIZACION DE CONJUNTOS COMPACTOS INVARIANTES DE SISTEMAS NO LINEALES CON DINAMICA COMPLEJA Y SUS APLICACIONES", № 000000000078890, MEXICO

### *УЧАСТИЕ ЧЛЕНОВ КОЛЛЕКТИВА В РЕДАКЦИОННЫХ КОЛЛЕГИЯХ НАУЧНЫХ ЖУРНАЛОВ, ОРГКОМИТЕТАХ НАУЧНЫХ КОНФЕРЕНЦИЙ, В УЧЕНЫХ (НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИХ) СОВЕТАХ*

1. Крищенко А.П. — член редакционных коллегий журналов "Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки" и "Автоматика и телемеханика", Annual Review of Chaos Theory, Bifurcations and Dynamical Systems, член Ученого совета МГТУ им. Н.Э.Баумана и Ученого совета НУК ФН МГТУ им. Н.Э.Баумана, член программного комитета конференции АСЕ-2012, член национального комитета IFAC.

2. Магницкий Н.А. — член редакционных коллегий журналов «Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations» и «Динамика сложных систем».

3. Осипов Г.С. — член редакционных коллегий журналов «Программные продукты и системы», «Открытое образование» и «Искусственный интеллект и принятие решений», член программных комитетов конференций PP2010 - 6th International Conference on Intelligent Information Processing (Manchester, UK), JCKBSE — JOINT CONFERENCE ON KNOWLEDGE-

BASED SOFTWARE ENGINEERING, Национальной конференции по искусственному интеллекту (КИИ), член Ученого совета ИСА РАН.

4. Ткачев С.Б. — член редакционной коллегии электронного журнала «Наука и образование: электронное научно-техническое издание»

5. Канатников А.Н., Ткачев С.Б. — члены Ученого совета НУК ФН МГТУ им. Н.Э.Баумана.

### *ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ КОЛЛЕКТИВА НАУЧНОЙ ШКОЛЫ*

Исследование непрерывных и дискретных нелинейных динамических систем и процессов управления на основе алгебраических и дифференциально-геометрических методов и разработка для них алгоритмов управления. Объектами исследования являются:

- математическое моделирование процессов управления нелинейными системами;
- неминимально фазовые системы, устойчивость, построение областей притяжения и поиск функций Ляпунова;
- хаотическая динамика, локализация инвариантных компактов динамических систем;
- геометрия систем с запаздыванием, систем интегро-дифференциальных уравнений и других типов систем, имеющих гранично-дифференциальную форму;
- задача плоскостности динамических систем с управлением, систем с запаздыванием и систем с распределенными параметрами;
- одновременная оценка состояния и стабилизация линейных объектов с параметрической неопределенностью;
- методы представления знаний в интеллектуальных системах, методы приобретения знаний интеллектуальными системами, методы моделирования поведения, интеллектуальные динамические системы.

### *ИССЛЕДУЕМЫЕ В КОЛЛЕКТИВЕ НАУЧНЫЕ ПРОБЛЕМЫ*

1. Анализ нелинейных систем и синтез алгоритмов управления на основе их преобразования. Использование стационарных и нестационарных замен переменных, а также замен переменных, зависящих от управлений и их производных.



2. Анализ плоских динамических систем, т.е. систем, все решения которых параметризуются набором произвольных функций времени. Методы решения основной задачи плоскостности, заключающейся в определении, является ли заданная система плоской или нет. Исследование аналогичных задач для систем с запаздыванием и систем с распределенными параметрами.

3. Создание единой универсальной теории перехода к динамическому и диффузионному хаосу во всех типах нелинейных систем дифференциальных уравнений, опирающейся на описание каскадов бифуркаций устойчивых циклов или двумерных и многомерных торов. Применение этой теории к исследованию и решению следующих задач: объяснение природы турбулентности в жидкостях и газах; развитие новых методов анализа гамильтоновых и консервативных систем со многими степенями свободы; поиск подходов к решению проблемы неустойчивости плазмы; создание модели физики элементарных частиц. Как часть этой проблемы рассматривается задача локализации инвариантных компактов непрерывных и дискретных динамических систем.

4. Одновременное решение задач управления для классов линейных систем, в частности одновременное решение задач стабилизации и оценки состояния.

5. Развитие теоретических основ интеллектуальных динамических систем, действующих на базе системы правил.

## *ИССЛЕДУЕМЫЕ ЗАДАЧИ И РАЗВИВАЕМЫЕ ПОДХОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ*

Для нелинейных управляемых динамических систем наиболее общий метод построения управления — преобразование системы в эквивалентную линейную систему некоторого вида и синтез для преобразованной системы алгоритмов управления в виде статической или динамической обратной связи. Вопросы преобразования к каноническому или квазиканоническому виду к настоящему времени проработаны достаточно хорошо. Так же хорошо проработаны методы построения управления для минимально фазовых систем. Однако исследования неминимально фазовых систем еще только начинаются. Поэтому одной из актуальных задач является исследование неминимально фазовых систем и построение алгоритмов управления для них. Для замкнутых систем рассматриваются задачи вычисления критического значения константы уровня при использовании метода функций Ляпунова для аппроксимации области притяжения, а также построения функции Ляпунова и оценки области притяжения для каскадных систем.



Нелинейная система, преобразуемая в эквивалентную линейную систему канонического вида, является плоской. Для плоских систем разработаны методы решения задач теории управления. Показано, что многие системы с управлением из различных областей техники являются плоскими. Однако общих методов проверки системы на плоскостность в настоящее время нет, а решение этой задачи для конкретных систем пока базируется на учете физических особенностей системы. Одной из задач научного исследования является разработка методов проверки системы на плоскостность, основанных на анализе алгебр интегрируемых симметрии системы.

Ключевым свойством многих сложных физических, химических, биологических и социальных систем, описываемых нелинейными системами дифференциальных уравнений как с сосредоточенными, так и с распределенными параметрами, является наличие хаоса. Однако, методы исследования хаотических динамических систем, интенсивно развиваемые с середины 60-х годов прошлого века, пока не привели к значительному продвижению в решении таких конкретных проблем, как, например, проблема турбулентности, проблема трех тел в гамильтоновой механике, проблема неустойчивости в плазме, проблема создания адекватной модели физики элементарных частиц. На сегодняшний день существует несколько подходов к решению перечисленных выше задач (теории турбулентности Колмогорова — Обухова, Ландау, Рюэля — Такенса, теория хаотической динамики в гамильтоновых системах Колмогорова — Арнольда — Мозера, гиперболическая теория Смейла — Аносова и др.). В последние годы стали возникать и другие гипотезы о развитии сложных режимов в нелинейных динамических системах. Поэтому актуальна задача уточнения представлений о хаотической динамике сложных нелинейных систем, создания единой универсальной теории хаоса в нелинейных системах дифференциальных уравнений всех видов.

Начиная с первой публикации в 1995 году по локализации инвариантных компактов непрерывных динамических систем были развиты основные положения метода локализации и исследованы конкретные системы со сложной динамикой. Задачей исследования в этой части является создание метода локализации инвариантных компактов для дискретных динамических систем и систем с распределенными параметрами.

Еще одной задачей исследования является получение конструктивных условий существования единого (универсального) регулятора, стабилизирующего конечное семейство линейных нестационарных объектов, порядки которых могут различаться, и разработка алгоритмов построения универсального регулятора для заданного конечного семейства линейных нестационарных объектов.

## *МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ*

- Методы линейной теории управления.
- Концепция обратной задачи динамики.
- Теория устойчивости и метод функций Ляпунова.
- Методы качественной теории дифференциальных уравнений.
- Дифференциальная геометрия
- Теория многозначных отображений и дифференциальных включений.

## *ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОЖИДАЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ*

Полученные результаты могут быть использованы при решении задач управления беспилотными летательными аппаратами, шагающими и мобильными роботами, различными двигателями и другими техническими объектами, а также при решении различных сложных задач аэро- и гидродинамики, метеорологии, небесной механики, физики плазмы, физики элементарных частиц и других сложных нелинейных задач современной науки, не поддающихся решению другими методами.

## *ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЧЛЕНОВ КОЛЛЕКТИВА НАУЧНОЙ ШКОЛЫ*

**1. Преобразования аффинных систем.** Для нелинейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений линейных по управлению (аффинных систем): получены необходимые и достаточные условия их эквивалентности на области пространства состояний системам канонического или квазиканонического вида (включая многозначные системы и другие обобщения); предложен метод построения соответствующей эквивалентной системы; получено обобщение рангового условия управляемости известного для линейных систем; введена матрица управляемости; получены необходимые и достаточные условия управляемости и достижимости; предложен метод стабилизации положений равновесия и программных движений на основе преобразования к каноническому виду; предложены решения задач стабилизации положений равновесия систем с хаотической динамикой и подавления хаотической динамики сколь угодно малыми управлениями. Развитые методы использованы для систем с распределенными параметрами, в которых предложены решения задач управления в классе распределенных управлений.

**2. Наблюдатели и двойственность в нелинейных системах.** Для нелинейных систем установлено свойство, обобщающее понятие двойственности

управляемости и наблюдаемости линейных систем, доказаны условия выполнения для нелинейных систем принципа разделения задач стабилизации и оценки состояния, предложены новые типы обратных связей. Получены условия существования наблюдателей состояния линейных систем с неопределенностью, билинейных систем и минимальных функциональных наблюдателей. Установлены условия одновременной стабилизации некоторых линейных объектов, достаточные условия робастной устойчивости линейного стационарного объекта в терминах анизотропной нормы системы и критерии робастной стабилизируемости линейного объекта.

**3. Нормальные формы аффинных систем.** Разработаны вопросы теории нелинейных систем с управлением: предложен метод виртуальных выходов для решения задачи построения минимально фазовых аффинных систем и стабилизации положений равновесия и программных траекторий минимально фазовых и неминимально фазовых аффинных систем; разработана теория нормальной формы для нестационарных аффинных систем со скалярным управлением; при исследовании задачи перехода между описаниями нелинейного объекта управления в виде уравнений отображения вход-выход и их реализациями в виде уравнений состояния полностью рассмотрен случай, когда уравнения состояния не содержат производных управлений и получены необходимые и достаточные условия существования такого типа реализаций нелинейных уравнений отображения вход-выход и разработан алгоритм их построения; для нелинейных систем с запаздыванием разработан метод аппроксимации области притяжения положительно инвариантным множеством и метод поиска соответствующей функции Ляпунова — Разумихина; предложены методы точного построения области притяжения асимптотически устойчивого положения равновесия нелинейной системы с фазовыми ограничениями не связанные, вообще говоря, с использованием функций Ляпунова.

**4. Симметрии дифференциальных уравнений. Теория плоскостности.** Получено описание интегрируемых симметрий систем дифференциальных уравнений как обыкновенных, так и в частных производных. Предложен конструктивный метод проверки интегрируемости высших симметрий. Изучена структура обратимых линейных дифференциальных операторов в случае двух независимых переменных. Показано, что двусторонне обратимые операторы такого типа представляются в виде композиции треугольных обратимых операторов в некотором стабильном смысле. Найдена форма, к которой приводятся обратимые слева операторы в композиции с треугольными обратимыми операторами. Описаны симметрии аффинных систем и получены условия декомпозиции нелинейных систем. Построена геометрическая мо-

дель интегро-дифференциальных уравнений с интегралом в смысле главного значения. Получено описание структуры алгебры высших симметрий уравнения Бенджамина — Оно и произвольной динамической системы с управлением и указан метод вычисления таких алгебр. Построено обобщение теории деформаций геометрических структур на бесконечномерный случай, на его основе получены условия плоскостности для стационарных и нестационарных систем, разработан метод поиска плоского выхода для динамических систем и систем уравнений в частных производных. Доказано: плоская система динамически линеаризуема; размерности плоского выхода и управления совпадают; для линейных систем плоскостность эквивалентна управляемости. Предложена процедура проверки, является ли заданный выход линеаризующим или нет. Данная процедура конечна, так как получена оценка сверху для порядка старших производных функций выхода, которые необходимо учитывать. Задачи достижимости состояний и управляемости систем, линеаризуемых статической или динамической обратными связями, сведены к соответствующим задачам для линейных управляемых систем. Получено решение проблемы плоскостности систем, линеаризуемых динамической обратной связью. Доказано, что в окрестности точки общего положения любая динамически линеаризуемая система плоская. Для доказательства этого факта используется известное понятие накрытия одного диффеотопа другим. Доказывается, что система динамически линеаризуема в том и только том случае, когда она накрывается тривиальной системой, а плоская система может накрывать только плоскую систему. Предложен метод поиска плоского наблюдателя для динамически линеаризуемой системы. Исследовано условие регулярности динамической обратной связи и найдено три эквивалентных ему условия. Эти новые условия объясняют понятие динамической обратной связи с разных позиций. Построена теория плоских систем в случае динамических систем с запаздыванием и в ее рамках предложены методы решения задач терминального управления и стабилизации, доказано необходимое условие плоскостности для систем с запаздыванием, которое позволяет доказывать как неплоскостность, так и плоскостность систем с запаздыванием. Заложены основы геометрии систем функционально-дифференциальных уравнений, имеющих гранично-дифференциальную форму. Введено понятие диффеотопа для систем с запаздыванием, для систем интегро-дифференциальных уравнений и для других типов систем, имеющих гранично-дифференциальную форму. На этот случай обобщены разделы геометрии диффеотопов, касающиеся пространств конечных и бесконечных джетов, дифференциальных операторов, описания распределения Картана и симметрии.

## **5. Локализация инвариантных множеств динамических систем.**

Предложен метод локализации инвариантных компактов непрерывных и дискретных динамических систем, доказаны результаты, обосновывающие этот метод, построены локализирующие множества для инвариантных компактов ряда известных непрерывных и дискретных динамических систем со сложным поведением.

**6. Качественная теория динамических систем.** Исследована структура движений в кусочно-линейной системе и доказаны условия существования сепаратрисы и возникновения хаотической динамики; исследованы системы, описывающие динамику популяций. Развита геометрическая теория вариационных задач. Предложена универсальная теория динамического хаоса в нелинейных диссипативных системах дифференциальных уравнений, в нелинейных консервативных и гамильтоновых системах; дано решение проблемы турбулентности вязкой несжимаемой среды.

**7. Граничные свойства мероморфных функций.** Установлены свойства предельных множеств мероморфных функций в круге, на основе которых получена характеристика известных классов особенностей мероморфных функций на границе области определения. Исследовано свойство универсальности голоморфных функций, т.е. свойство данной функции аппроксимировать любую голоморфную и ограниченную в круге функцию. Построен пример универсальной функции. Установлено, что свойство универсальности возникает локально в окрестности любой существенно особой точки. Для квазилинейных уравнений в частных производных доказаны достаточные условия при выполнении которых особенности решений не являются изолированными.

## ***ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ***

Предложены решения задач управления для летательных аппаратов, шагающих роботов и мобильных роботов.

В рамках НИР, выполненных для EADS в 2007-2011 гг., решены задачи автоматического планирования движения беспилотных летательных аппаратов по сложным пространственным траекториям.